UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Facultad de Economía, Empresa y Turismo

Curso 2014/2015. Grado en Economía.
Matemáticas para la Economía II.
Examen Final. 21 de noviembre de 2014.

Nombre : **Apellidos:** **DNI:**	
Cuestiones:	/28
Problema 1:	/16
Problema 2:	/16
Calificación:	**/60**

Importante

- Duración: 3 horas.
- **No se permite el uso de teléfonos móviles ni compartir material como calculadoras, etc.**
- No se corregirá ningún examen en el que no figuren apellidos, nombre, y DNI en todas las hojas en las que se solicite.
- Es obligatorio realizar el ejercicio con bolígrafo y letra clara.
- No separar las hojas del cuadernillo.
- Escribir las soluciones del cuestionario en su plantilla correspondiente, así como adjuntar la justificación elaborada de cada solución y de los problemas.
- Un ejemplar del examen resuelto se depositará en el aula virtual de la asignatura.

Las calificaciones se harán públicas en el campus virtual de la asignatura y en el tablón de anuncios del **Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión**, Módulo D, 4ª planta, el **27/11/2014** por la tarde. La revisión será el **1/12/14** y el **2/12/14** de 12-13 horas en la sala D-4.1.

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Facultad de Economía, Empresa y Turismo

Marque con una X las respuestas del cuestionario en el siguiente cuadro. Cuide que la opción elegida quede clara. Sólo una de las alternativas es correcta.

La puntuación de estas cuestiones será de un máximo de 4 puntos cada una de ellas, teniéndose en cuenta el desarrollo de la solución en la calificación.

Solución

				Puntuación
1	**a**	**b**	**c**	**/4**
2	**a**	**b**	**c**	**/4**
3	**a**	**b**	**c**	**/4**
4	**a**	**b**	**c**	**/4**
5	**a**	**b**	**c**	**/4**
6	**a**	**b**	**c**	**/4**
7	**a**	**b**	**c**	**/4**

(cortar por la línea de puntos para conservar las soluciones)

1	2	3	4	5	6	7

Matemáticas para la Economía II.
Examen Final. 21 de noviembre de 2014.

Nombre : **Apellidos:** **DNI:**

1. Calcular el límite de la función

$$f(x,y)=\frac{x^3y}{x^6+y^2}$$

en el punto $(0,0)$ mediante las trayectorias $y=x$ e $y=x^2$. Entonces:

(a) Ambos límites coinciden y se puede asegurar que la función tiene límite.
(b) Ambos límites coinciden pero no se puede asegurar que la función tiene límite.
(c) Ambos límites no coinciden.

2. Calcular el valor aproximado de la función

$$f(x,y)=ln(2x+y+1)$$

en $(0.05,-0.01)$ utilizando el polinomio de Taylor de orden 1 en un entorno del punto $(0,0)$.

(a) $p_1(0.05,-0.01)=2.75$.
(b) $p_1(0.05,-0.01)=0.09$.
(c) $p_1(0.05,0.01)=0.11$.

3. La curva de nivel $c=4$ de la función

$$F(x,y,z)=-z+4x^2z+5y^2-6xy$$

define $z=f(x,y)$ como función implícita en un entorno del punto $(x,y)=(0,1)$. Entonces:

(a) $dz(1,0)=-6dx+10dy$.
(b) $dz(1,0)=6dx-10dy$.
(c) $dz(1,0)=-10dx+6dy$.

4. El valor de la integral doble

$$\iint_D \frac{y}{x}dx\cdot dy \text{ con}$$

$D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 1\le x\le 2, 0\le y\le x\right\}$ es:

(a) $\frac{ln\,2}{2}$.
(b) $\frac{3}{4}$.
(c) $\frac{1}{2}$.

5. La solución del problema

$$Opt\ f(x,y)=-xy$$
$$s.a:\ x+y=4.$$

indica que el punto de tangencia es:

(a) Un mínimo global con $\lambda^*=-2$.
(b) Un mínimo global con $\lambda^*=2$.
(c) Un máximo local con $\lambda^*=2$.

6. El punto crítico $(-1,1)$ del problema de optimización restringida

$$Opt.\quad f(x,y)$$
$$s.a:\quad xy^2-2y=-3,$$

siendo la matriz hessiana respecto a las variables de decisión:

$$HL^X=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x\partial y}\\ \frac{\partial^2 L}{\partial y\partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & -4\end{bmatrix}.$$

(a) Es un mínimo local.
(b) Es un máximo local.
(c) Es un punto de silla.

7. Sea $(y_1^*,y_2^*,y_3^*;t_1^*,t_2^*)=(0,1,1;0,0)$ la solución óptima del PPL dual asociado a:

$$\begin{array}{ll} max. & 2x_1+ax_2\\ s.a. & -x_1+x_2\le 2\\ & x_1\qquad\le 1\quad ,\\ & x_1+x_2\le 3\\ & x_1,x_2,x_3\ge 0\end{array}$$

y $w^*=4$ el valor óptimo del problema dual. Entonces, la solución óptima y el valor óptimo del PPL primal anterior es:

(a) $(x_1^*,x_2^*;h_1^*,h_2^*,h_3^*)=(0,2;0,1,1)$ y $a=2$.
(b) $(x_1^*,x_2^*;h_1^*,h_2^*,h_3^*)=(1,2;1,0,0)$ y $a=2$.
(c) $(x_1^*,x_2^*;h_1^*,h_2^*,h_3^*)=(1,2;1,0,0)$ y $a=1$.

Facultad de Economía, Empresa y Turismo.
Curso 2014/2015. Grado en Economía.

Matemáticas para la Economía II.
Examen Final. 21 de noviembre de 2014.

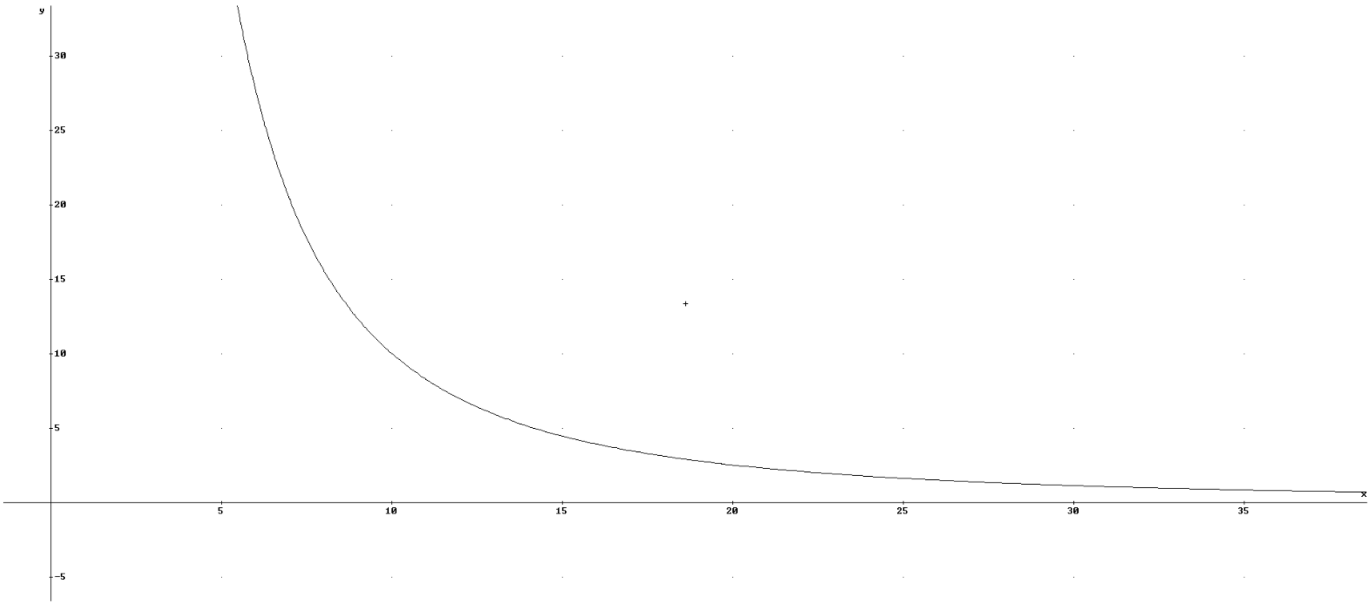
Nombre : **Apellidos:** **DNI:**

Problema 1. La función de costes de una empresa viene dada por $2x+y$ siendo $x>0$, $y>0$ las cantidades consumidas de dos factores productivos.

(a) Si función de producción de al empresa es $Q(x,y)=10x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ y quiere producir exactamente 100 unidades de producto, plantear el problema que minimice el coste sujeto a que produce $Q(x,y)=100$. *(1 pto.)*

(b) Obtener los puntos críticos $(x,y;\lambda)$ de la función lagrangiana del problema de optimización anterior. *(4 ptos.)*

(c) Justificar a través de la siguiente gráfica si se alcanza el óptimo del problema, **identificando** y **dibujando**: algunas curvas de nivel, la curva de nivel que pasa por el óptimo indicando en ésta que valor alcanza la función y además del vector gradiente. Indicar también en la gráfica cuáles son los consumos óptimos de los factores. *(7 ptos.)*



(d) ¿Cuál es el coste mínimo? *(1 pto.)*

(e) ¿Cómo se modifica aproximadamente el valor del coste óptimo del problema si la producción deseada disminuye en 0.5 unidades? *(1 pto.)*

(f) Si hay una disminución del consumo del factor x de tal manera que ahora la empresa consume 1 unidad menos de ese factor ¿cómo debe variar su consumo en y para que permanezca en el mismo nivel de coste? *(2 ptos.)*

Facultad de Economía, Empresa y Turismo.
Curso 2014/2015. Grado en Economía.
Matemáticas para la Economía II.
Examen Final. 21 de noviembre de 2014.

Nombre : **Apellidos:** **DNI:**

Problema 2. Una empresa matriz de telefonía dispone de un servicio técnico que se dedica a la reparación de móviles. Para su reparación el servicio técnico los divide en móviles de gama media-baja y móviles de gama alta. Éstos deben pasar primero por un proceso de revisión para ver qué hay que reparar y después por un proceso de reparación en sí. Cada móvil de gama media-baja necesita 8 minutos para su revisión y 10 minutos para su reparación. Cada móvil de gama alta requiere 5 minutos de revisión y 15 minutos para su reparación. Para el día 21/11/2014 la empresa dispone de 600 minutos para el proceso de revisión y 750 minutos para la reparación.

Asimismo, el servicio técnico dispone de un almacén en el que, para el comienzo de ese día, ya hay 118 móviles reparados de gama media-baja y 40 de gama alta.

La empresa matriz demanda para ese día al servicio técnico 133 móviles de la gama media-baja y 50 móviles de la gama alta. Por tanto, el servicio técnico debe procurar que, para cada tipo de móvil, lo que se repara en ese día más lo que ya hay en el almacén al comienzo de ese día debe superar la demanda de la empresa matriz.

(a) La empresa desea maximizar el número de móviles de gama media-baja y alta reparados. Formular un problema de programación lineal de cuya solución se obtenga el número de móviles de cada gama que debe reparar el servicio técnico el día 21/11/2014 sujeto a las restricciones señaladas en el enunciado. *(1 pto.)*

(b) Resolver gráficamente el PPL formulado en el apartado anterior. Indicar el número óptimo de móviles de cada gama y totales a reparar. *(4 ptos.)*

(c) ¿Cuántos móviles de cada gama quedarían en almacén para el siguiente día? *(1 pto.)*

(d) ¿Se utilizan todos los minutos para revisión? En caso contrario indicar cuántos minutos no se están usando. ¿Cuántos minutos se utilizan para la reparación de los móviles? *(2 ptos.)*

(e) Plantear y resolver el problema dual asociado. *(4 ptos.)*

(f) Si la cantidad de móviles de gama alta solicitados por la empresa matriz fuese de 70 unidades, ¿cuál sería el número total de móviles reparados? *(2 ptos.)*

(g) ¿En cuánto se puede reducir la disponibilidad en minutos del proceso de revisión para que la solución obtenida en el aprtado (b) siga siendo la misma? *(2 ptos.)*