

GRADO EN ECONOMÍA. ESTADÍSTICA II. Junio 2015

Apellidos:

Nombre:

DNI:

El examen consta de 7 preguntas. Se dispone de un tiempo máximo de dos horas y media para responderlas. La puntuación correspondiente a cada pregunta figura en la misma. **Cada pregunta deberá contestarse en una hoja independiente.**

Las notas se publicarán el 5 de junio.

Revisión de exámenes los días 8 y 9 de junio de 11:00 a 11:30.

Ejercicio 1

Si el domingo la probabilidad de que un cliente compre el periódico es del 30%, que compre una revista del 20%, y la de que compre ambas (periódico y revista) es del 8%. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) (0,25 puntos) Comprar sólo el periódico
- b) (0,25 puntos) Comprar sólo el periódico o sólo una revista
- c) (0,25 puntos) No comprar la revista
- d) (0,25 puntos) No comprar ni el periódico ni la revista

Ejercicio 2

Sea la variable aleatoria bidimensional función de densidad es $f(x,y) = \frac{3x+5y}{4}$ para $a \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq 1$ (0 en el resto).

- a) (0,75 puntos) Determina el valor de a para que sea función de densidad, sabiendo que a es un valor positivo.
- b) (0,75 puntos) Conocido el valor de a determinar si X e Y son independientes.

Ejercicio 3

Sea la variable aleatoria bidimensional (X,Y) con la siguiente distribución conjunta de probabilidades:

X	1	2	3	4
Y				
1	0,03	0,06	0,01	Z
2	0,11	0,1	0,2	0,1
3	0,07	0,04	0,08	0,1

- a) (0,25 puntos) Obtener el valor de Z para considerar la distribución anterior como distribución de cuantía conjunta.
- b) (0,25 puntos) Obtener las distribuciones marginales de X e Y
- c) (0,5 puntos) Obtener la distribución de $X/Y=1$
- d) (0,5 puntos) Obtener la $\text{Prob}(Y>1/X=3)$

Ejercicio 4

(1,5 puntos) Sabemos que más del 90% de las ocasiones el tiempo medio que tarda el personal de limpieza de un cine en limpiar una sala después de una proyección oscila entre los 6 y 12 minutos. De acuerdo a la información anterior y desconociendo que distribución sigue la variable aleatoria tiempo de limpieza aproxima el valor de su desviación típica.

Ejercicio 5

En su última campaña promocional Coca Cola aseguraba que el 25% de sus latas de refrescos tenía como premio otro refresco gratis.

- (0,5 puntos) Si adquirimos un pack de 8 latas, cuál es la probabilidad de que alguna de ellas esté premiada.
- (0,75 puntos) Cuántas latas de refrescos deberíamos comprar para asegurarnos una probabilidad mayor de 0,6 de encontrar alguno premiado.
- (0,75 puntos)Cuál es la probabilidad de que el primer refresco con premio sea el último del segundo pack de 8 latas.

Ejercicio 6

El tiempo medio que deben esperar los clientes para ser atendidos en una panadería es de 3 minutos con una desviación típica 4 minutos. Un día se elige una muestra de 100 clientes al azar, y se miden sus tiempos de espera.

- (0,5 puntos) Obtener la esperanza y varianza de la media muestral
- (0,5 puntos) Obtener la esperanza de la varianza muestral

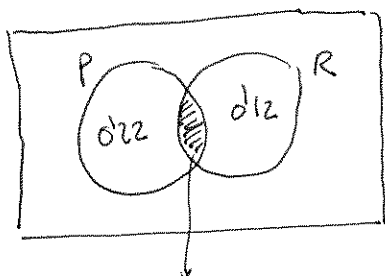
Ejercicio 7

(1.5 puntos) La renta media anual de los habitantes de un país se distribuye uniformemente entre 10 mil euros y 50 mil euros. Calcular la probabilidad de que al seleccionar al azar a 100 personas la suma de sus rentas supere los 3 millones de euros.

Tabla de la Distribución Normal Estándar. $P(Z \leq a)$

[illegible]

Ejercicio 1



$$\text{Prob}(P \cap R) = 0.08$$

- a) $\text{Prob}(\text{sólo } P) = 0.22$
- b) $\text{Prob}(\text{sólo } P) + \text{Prob}(\text{sólo } R) = 0.22 + 0.12 = 0.34$
- c) $\text{Prob}(\bar{R}) = 1 - 0.2 = 0.8$
- d) $1 - (0.22 + 0.12 + 0.08) = 1 - 0.42 = 0.58$

Ejercicio 2

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x+5y}{4} & a \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$a) \int_a^1 \int_0^1 \frac{3x+5y}{4} dx dy = 1 \Rightarrow \int_a^1 \frac{1}{4} \left[3xy + \frac{5y^2}{2} \right]_0^1 dx = 1$$

$$\frac{1}{4} \int_a^1 (3x + \frac{5}{2}) dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} \left[\frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2} \right]_a^1 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} \left[4 - \frac{3a^2 + 5a}{2} \right] = 1$$

$$3a^2 + 5a = 0 \quad \begin{cases} a=0 \\ 3a+5=0 \Rightarrow a = -5/3 \text{ imposible} \end{cases}$$

$$b) f_1(x) = \int_0^1 \frac{3x+5y}{4} dy = \frac{1}{4} \left[3xy + \frac{5y^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{4} \left[3x + \frac{5}{2} \right]$$

$$f_1(x) = \frac{3x}{4} + \frac{5}{8} \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$f_2(y) = \int_0^1 \frac{3x+5y}{4} dx = \frac{1}{4} \left[\frac{3x^2}{2} + 5xy \right]_0^1 = \frac{1}{4} \left[\frac{3}{2} + 5y \right]$$

$$f_2(y) = \frac{3}{8} + \frac{5}{4}y \quad 0 \leq y \leq 1$$

Independencia: Si $\rightarrow f(x,y) = f_1(x) \cdot f_2(y)$ no se cumple, luego no son independientes.

Ejercicio 3

$$a) \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^P \text{Prob}(x_i, y_j) = 1 \Rightarrow z = 0.1$$

b) Marginal de X

X	Prob
1	0.21
2	0.12
3	0.29
4	0.3

Marginal de Y

Y	Prob
1	0.2
2	0.51
3	0.29

c) Dist $X/Y = 1$

X	Prob
1	$0.03/0.2 = 0.15$
2	$0.66/0.2 = 0.3$
3	$0.01/0.2 = 0.05$
4	$0.1/0.2 = 0.5$
	1

$$d) \text{ Prob}(y > 1 / X=3) = 0.2 + 0.68 = \underline{\underline{0.88}}$$

Ejercicio 4

De acuerdo con el Teorema de Chebyshev

$$\text{Prob}(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$1 - \frac{1}{k^2} = 0.9 \Rightarrow k = \sqrt{10} = \underline{\underline{3.16}}$$

$$\mu - 3.16\sigma = 6$$

$$+ \mu + 3.16\sigma = 12$$

$$2\mu = 18 \Rightarrow \mu = \underline{\underline{9}}$$

$$\sigma = \frac{\mu - 6}{3.16} = \underline{\underline{0.95}}$$

Ejercicio 5

a) $X \sim$ n° letras con premio en un pack de 8 $\sim B(n=8, p=0.25)$

$$\text{Prob}(X > 0) = 1 - \text{Prob}(X \leq 0) = 1 - \text{Prob}(X=0) = 1 - 0.10 = \underline{\underline{0.9}}$$

$$1 - \binom{8}{0} 0.25^0 0.75^8 = 0.10$$

b) $X \sim$ n° letras con premio en n letras = ? $\sim B(n=?, p=0.25)$

$$\text{Prob}(X > 0) = 0.6$$

$$1 - \text{Prob}(X \leq 0) = 0.6$$

$$\text{Prob}(X=0) = 0.4$$

$$\binom{n}{0} 0.25^0 0.75^n = 0.4$$

$$n \ln(0.75) = \ln(0.4)$$

$$n \approx \underline{\underline{3.18}} \quad \text{más de } \underline{\underline{3}} \text{ letras}$$

Ejercicio 5

2

$X \sim$ n° fracasos hasta el primer éxito \sim Geométrico (p)

$$\text{Prob}(X=15) = (1-p)^{15} \cdot p = 0.75^{15} \cdot 0.25 = \underline{\underline{3.3 \cdot 10^{-3}}}$$

Ejercicio 6

Población $\mu = 3$, $\sigma = 4$ minutos

muestra $n = 100$

a) $E[\bar{X}] = \mu = 3$

$$\text{Var}[\bar{X}] = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{4^2}{100} = 0.16$$

b) $E[S^2_X] = \sigma^2 \frac{(n-1)}{n}$

$$= 4^2 \frac{99}{100} = \underline{\underline{15.84}}$$

Ejercicio 7

$X \sim$ renta anual $U\left(\frac{10}{a}, \frac{50}{b}\right)$

muestra $n = 100$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{media} = \frac{a+b}{2} = \frac{60}{2} = \underline{\underline{30}} \\ \text{Varianza} = \frac{(b-a)^2}{12} = \underline{\underline{133.33}} \end{array} \right.$$

$$X_{n=100} \sim N\left(\mu = \frac{100 \cdot 30}{3000}, \sigma^2 = \frac{100 \cdot 133.33}{3000}\right)$$
$$\sqrt{13333.33} = 115.47$$

$$\text{Prob}(X_{n=100} > 3000) = \text{Prob}\left(Z > \frac{3000 - 3000}{115.47}\right)$$

$$= \text{Prob}(Z > 0) = \underline{\underline{0.5}}$$

50%